

Analyse de la structure de dépendance au sein d'un portefeuille de garanties en cas d'événements extrêmes

Alejandro García et Ramazan Gençay

Les marchés financiers et l'infrastructure sur laquelle ils s'appuient sont en constante évolution. Pour en accroître la sécurité, les banques et les organismes de réglementation doivent donc adopter des mesures tenant compte de cette évolution. Bon nombre de ces mesures concernent l'utilisation des garanties comme outil de gestion des risques financiers¹. Mais comme ces garanties peuvent elles-mêmes consister en actifs risqués, dont le prix est susceptible de fluctuer dans le temps, il importe que la valeur des biens remis en nantissement soit suffisante pour couvrir adéquatement les pertes que causerait la défaillance d'une contrepartie. Par conséquent, il est d'usage de retrancher une marge fixe de la valeur initiale de la garantie, afin que le montant de la caution fournie dépasse celui de la position débitrice. L'application de cette marge, connue sous le nom de « décote », limite les risques inhérents à la transaction. Toutefois, étant donné que la constitution de garanties comporte un coût, il faut que le cadre servant au calcul des décotes prenne en considération la relation d'arbitrage entre les coûts et les risques propres à chaque garantie. On pourrait aussi attendre de ce cadre qu'il procure des renseignements utiles sur la composition souhaitable du portefeuille de garanties.

Le présent article résume la seconde de deux études effectuées par García et Gençay sur le calcul des décotes. Dans la première (2006), les chercheurs proposent une approche pour comparer les méthodes de calcul de la décote de différents actifs. Ils prêtent une attention particulière à celles qui permettraient de réunir des garanties suffisantes — compte tenu du coût de la constitution de celles-ci — pour parer aux événements peu probables (tels que des baisses importantes et inattendues des prix des actifs) risquant de nuire à la stabilité du système financier. Dans le cadre de leur seconde recherche, García et Gençay (2007) examinent comment la décote devrait être calculée dans les

situations où le portefeuille de garanties se compose d'actifs variés. Cette fois, leur attention porte surtout sur la relation qui s'établit entre les prix des divers actifs donnés en nantissement, plus précisément sur la manière dont cette relation change lorsque les marchés sont soumis à des tensions. Cette modification de la structure de dépendance², ainsi que nous la nommons, survient quand un événement transforme la relation entre les rendements des actifs constituant un portefeuille de garanties. Par exemple, on constate que, lorsque les conditions du marché sont normales, un portefeuille de garanties diversifié peut présenter des avantages. Or, cela semble ne plus être le cas, ou ne l'être que faiblement, en présence de conditions de marché extrêmes.

Risques financiers en cas de situation extrême

Lorsque le portefeuille de garanties est formé d'actifs variés, on observe généralement deux effets distincts dans les situations extrêmes : un effet qualifié d'« individuel », puisqu'il ne concerne qu'un actif précis, et un effet dit « de portefeuille », qui touche lui l'ensemble du portefeuille. L'effet individuel se manifeste quand un actif cédé en nantissement affiche un rendement négatif sans que cela modifie sensiblement la structure de dépendance au sein du portefeuille. Toutefois, si la relation entre les divers actifs gagés, c'est-à-dire la structure de dépendance entre eux, change et que la diversification devient moins avantageuse qu'elle ne l'a été dans le passé, on est en présence d'un effet de portefeuille³. Pour illustrer cet effet, prenons deux titres hypothétiques, x et y , donnés en gage, et deux états du monde différents, à savoir des conditions normales et des

1. Khan (2007) constate que l'atténuation du risque de contrepartie à l'aide de garanties a augmenté considérablement.

2. Cette modification est souvent assimilée à une variation de la corrélation, ce qui n'est pas toujours juste, car la structure de dépendance peut se modifier sans qu'il en aille de même de la corrélation.

3. C'est ce que Chan et autres (2005), qui abordent ces phénomènes sous l'angle de l'ingénierie financière, appellent l'effet de synchronisation de phase (*phase-locking effect*).

conditions extrêmes. Les pertes, exprimées en pourcentage, accusées par x et y dans des conditions normales sont représentées au Graphique 1 sous la forme d'un nuage de points; celles subies dans des conditions extrêmes sont illustrées au Graphique 2⁴. Nous supposons ici que la distribution des rendements de chacun des actifs est la même d'un état à l'autre, mais que la structure de dépendance entre les actifs se modifie.

Comme on peut le voir au Graphique 1, dans un état du monde normal, il arrive souvent qu'un seul des deux actifs voie sa valeur chuter. En cas d'événements extrêmes, par contre, les avantages de la diversification sont considérablement moindres que durant les périodes normales : le Graphique 2 fait état d'une dépendance positive plus forte, les deux actifs accusant des pertes importantes⁵.

La gestion de l'effet de portefeuille

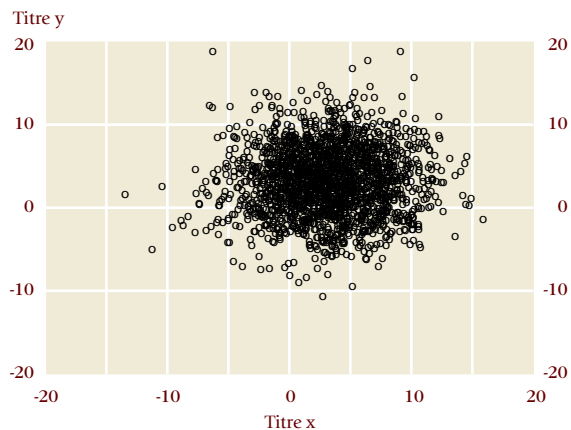
Pour que le risque financier associé à l'effet de portefeuille puisse être géré, il faut modéliser la dépendance entre les actifs de façon à refléter les conséquences éventuelles d'un événement extrême. Pour y parvenir, nous nous servons de copules. Une copule est une fonction de répartition multivariée qui s'avère très utile dans l'analyse des problèmes d'ingénierie financière faisant intervenir au moins deux variables aléatoires. Parce que, dans une copule, un grand nombre de distributions marginales (soit une par actif) et de structures de dépendance peuvent sous-tendre la distribution des rendements du portefeuille, nous sommes en mesure de distinguer le comportement de la structure de dépendance de l'évolution des prix des actifs individuels. Les représentations traditionnelles des fonctions de distribution multivariées ne permettent pas d'établir une telle distinction, ce qui peut entraîner des erreurs de spécification de la fonction de répartition. L'utilisation de copules facilite l'agrégation des risques liés à des titres dont les distributions de rendements peuvent différer.

Nous recourons à la méthode des copules pour déterminer si un portefeuille de garanties renferme des actifs présentant une faible probabilité de pertes

4. Dans les deux graphiques, les pertes sont exprimées en valeurs positives et les gains en valeurs négatives. Il s'agit là d'une convention établie en statistique, car l'analyse des risques actuariels fait appel à des variables aléatoires positives.
5. Il convient de souligner que des circonstances extrêmes peuvent donner lieu à d'autres résultats. Par exemple, si le portefeuille se compose d'un actif sans risque et d'un actif risqué, la dépendance négative entre les deux actifs pourrait s'accroître.

Graphique 1
Diagramme de dispersion des pertes subies en temps normal

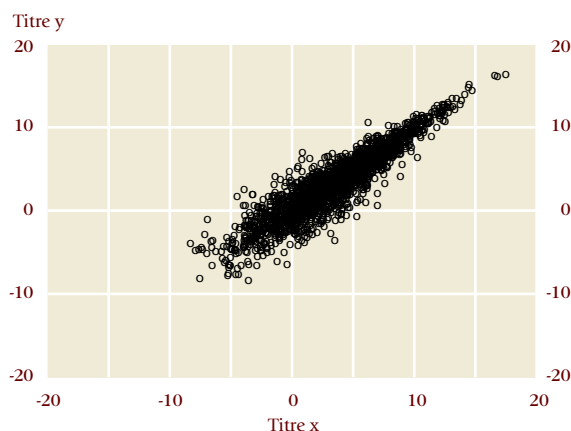
En pourcentage



Nuage composé de 2 000 points illustrant les pertes subies par deux titres hypothétiques dont les lois marginales sont des lois normales $N(3, 4)$ et dont la structure de dépendance est décrite par une copule normale avec une corrélation de 0,1

Graphique 2
Diagramme de dispersion des pertes subies lors d'événements extrêmes

En pourcentage



Nuage composé de 2 000 points illustrant les pertes subies par deux titres hypothétiques dont les lois marginales sont des lois normales $N(3, 4)$ et dont la structure de dépendance est décrite par une copule de Gumbel $G(4)$

simultanées⁶. Ce faisant, nous cherchons à savoir si, lors d'événements extrêmes, les rendements des actifs composant ce portefeuille demeureront aussi peu dépendants les uns des autres qu'ils l'étaient dans le passé.

Alors que le bénéficiaire de la garantie préférera un portefeuille très diversifié, le constituant de gage choisit normalement les actifs qui formeront ce portefeuille en fonction des modalités du contrat de nantissement. Une méthodologie fondée sur les copules pourra aider à fixer des bornes maximales aux catégories d'actifs admissibles en garantie (soit des plafonds d'exposition à des secteurs donnés), et inciter ainsi les constituants de gage à composer un portefeuille varié. En cas de défaillance d'une contrepartie, la diversification du portefeuille de garanties pourrait contribuer à réduire les coûts associés à la vente (ou liquidation) de celui-ci, car des actifs présentant encore les avantages de la diversité devraient trouver preneur plus facilement. Dans le cas d'un portefeuille moins diversifié, au contraire, il faudra peut-être vendre à rabais les actifs pour recouvrer à temps les sommes empruntées.

Le recours à la simulation de crise pour tester la dépendance du portefeuille

García et Gençay (2007) proposent également une approche permettant d'analyser le comportement d'un portefeuille face à un choc touchant négativement la structure de dépendance. Le portefeuille en question est soumis à une simulation de crise dans laquelle on modifie la dépendance en faisant appel à l'éventail complet des familles de copules décrivant les différentes structures de dépendance possibles et en accentuant la dépendance positive au sein de chaque copule. Aux fins de la simulation, nous supposons que les caractéristiques de chacun des actifs du portefeuille restent inchangées; seule la dépendance entre actifs varie. Nous estimons les distributions relatives à chaque actif au moyen des données historiques et la structure de dépendance à partir d'un scénario reposant sur l'observation de son évolution dans le passé. Nous obtenons ainsi la gamme des modifications de la dépendance (et celle des pertes concomitantes) pouvant se produire lors d'événements extrêmes. Par exemple, en recourant à divers modèles de

copules pour représenter le degré de dépendance entre les fluctuations des prix de deux titres canadiens de bonne qualité, nous constatons que la différence entre les pertes sur portefeuille (rendements négatifs) peut atteindre jusqu'à un demi-point de pourcentage. Compte tenu de la taille considérable des portefeuilles de garanties, cela peut se traduire par des écarts notables, en dollars, d'un modèle de copule à l'autre⁷.

Conclusion

Ensemble, l'étude de García et Gençay résumée ici et leur étude précédente (2006) aboutissent à la formulation de trois outils : un cadre pour le calcul de la décote d'un actif; une méthode de suivi des modifications de la structure de dépendance au sein d'un portefeuille; et une approche permettant de simuler et de mesurer les effets potentiels, sur la valeur de ce dernier, des changements que la survenance d'un événement extrême peut entraîner dans la structure de dépendance.

Deux conclusions d'intérêt pour les autorités ressortent de ces travaux. Premièrement, celles-ci doivent faire preuve de prudence dans l'estimation de la réduction à apporter à une décote pour tenir compte des avantages que procure la diversification d'un portefeuille de garanties. Bien que ces avantages soient manifestes en temps normal, ils peuvent s'atténuer sensiblement lorsque se produit un événement extrême, de sorte que les positions débitrices pourraient ne plus être couvertes si les garanties doivent être liquidées en période de fortes tensions sur les marchés. Deuxièmement, à mesure que s'accroît le nombre d'actifs pouvant servir de garanties, il importe d'examiner non seulement les caractéristiques individuelles de chacun de ces actifs, mais aussi l'effet qu'il peut avoir sur la structure de dépendance de l'ensemble du portefeuille de garanties.

Bibliographie

- Carmona, R. (2004). *Statistical Analysis of Financial Data in S-PLUS*, New York, Springer.
- Chan, N. T., M. Getmansky, S. Haas et A. W. Lo (2005). *Systemic Risk and Hedge Funds*, document de recherche n° 4535-05, MIT Sloan School of Management.

6. Suivant les travaux de Carmona (2004) et ceux de Zivot et Wang (2006), la méthode que nous utilisons repose sur une approche semi-paramétrique pour la modélisation des distributions marginales et sur une copule pour la modélisation de la dépendance.

7. Il convient de souligner que ces résultats sont spécifiques au portefeuille retenu pour notre analyse.

- García, A., et R. Gençay (2006). *Risk-Cost Frontier and Collateral Valuation in Securities Settlement Systems for Extreme Market Events*, document de travail n° 2006-17, Banque du Canada. Une synthèse de cette étude est parue dans la livraison de décembre 2006 de la *Revue du système financier* sous le titre « L'évaluation des garanties requises pour se couvrir contre le risque d'événements extrêmes sur les marchés », p. 57-61.
- (2007). *Managing Adverse Dependence for Portfolios of Collateral in Financial Infrastructures*, document de travail n° 2007-25, Banque du Canada.
- Khan, N. (2007). « L'évolution du traitement des produits dérivés de gré à gré », *Revue du système financier*, Banque du Canada, présente livraison.
- Zivot, E., et J. Wang (2006). *Modeling Financial Time Series with S-PLUS*, 2^e éd., New York, Springer.